ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ

УДК: 519.8 DOI:10.35803/1694-5298.2022.3.1400-1404

М. Асанкулова[1], А.Ж. Жолборсова[2], К. Маатов[1]
[1]Институт математики НАН КР, Бишкек, Кыргызская Республика
[2]КГУ им. И. Арабаева, Бишкек, Кыргызская Республика

M. Asankulova[1], A.J.Jolborsova[2], K. Maatov[1]
[1]Mathematics Institute of the NAS KR, Bishkek, Kyrgyz Republic
[2]KSU n.a.I. Arabaev, Bishkek, Kyrgyz Republic
may_as@mail.ru zholborsova76@mail.ru

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНОГО ОБЪЕМА ПРОДУКЦИИ КАЖДОГО ВИДА В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ВАРИАНТА РАЗВИТИЯ И ОБЪЕМА КАПИТАЛЬНОГО ВЛОЖЕНИЯ

DETERMINATION OF THE OPTIMAL VOLUME OF PRODUCTION OF EACH TYPE DEPENDING ON THE DEVELOPMENT OPTION AND THE VOLUME OF CAPEX INVESTMENT

Бул иште бирикменин курулуш уюмунун маселесинин экономикалык-математикалык модели түзүлгөн, ал өзүнүн тандап алган вариантына жана капиталдык салымдардын тиешелүү өлчөмүнө жараша ар бир түрү боюнча чыгарылган даяр продукциянын оптималдуу көлөмүн аныктайт. Математикалык модель жана аны чечүү ыкмасы сандык мисал аркылуу көрсөтүлгөн.

Чечүүчү сөздөр: *математикалык модель, пайда, курулуш компаниясы, даяр продукция, өндүрүштүн көлөмү, капиталдык салым.*

В работе сформулирована экономико-математическая модель задачи строительной организации ассоциации, где определяется оптимальный объем производимой готовой продукции каждого вида в зависимости от выбранного варианта развития и соответствующего объема капитального вложения. Математическая модель и способ ее решения демонстрирован на числовом примере.

Ключевые слова: *математическая модель, прибыль, строительная организация, готовая продукция, объем производства, капитальное вложение.*

The paper formulates an economic-mathematical model of the problem of the construction organization of the association, which determines the optimal volume of finished products produced of each type, depending on the chosen development option and the corresponding amount of capital investment. The mathematical model and the method of its solution are demonstrated using a numerical example.

Key words: *mathematical model, profit, construction organization, finished products, production volume, capital investment.*

Введение. Одним из важной отрасли, где создается материальный базис общества, является строительная отрасль Кыргызской Республики. Развитие строительной отрасли

является необходимым условием формирования и непрерывного роста всех отраслей производства, благосостояния и культурного уровня жизни народа.

Исследование задачи создания материального базиса, а именно производимой готовой продукции в зависимости от выбранного варианта развития и соответствующего объема капитального вложения в ассоциацию строительной отрасли требует разработки оптимизационных моделей.

Нами предложена оптимизационная модель, в которой отражена взаимосвязь объема и структуры распределения капитальных вложений с особенностями выбранного варианта развития строительных организаций [1].

Постановка задачи. Пусть в строительной ассоциации имеется m строительных организаций, i$\in$ *I={1,2,…,m}*, каждая из которых имеет возможность производить строительную продукцию *k* вида, т.е. *k*$\in$ *K= ={1,2,…,p}* в зависимости от выбранного варианта развития *s*$\in$*S={1.2,…,Si}* и получить продукции не менее величины b_k, $k \in K_i$, $i \in I$.

Предполагается, что объем капитального вложения в строительную ассоциацию за планируемый период известен и равен величине Q [1,2].

Для каждой строительной организации в зависимости от выбранного варианта развития s известны: объем производства k-го вида продукции a_{is}^k, $k \in K=\{1,2,\ldots,p\}$, $s \in S_i$, $i \in I$ и потребности в капитальном вложении q_{is}, $s \in S_i$, $i \in I$.

Требуется определить наилучший вариант развития для каждой организации строительной ассоциации и соответствующий объем капитального вложения так, чтобы строительная ассоциация имела максимальную прибыль.

Математическая модель изложенной проблемы может быть описана в следующем виде.

Найти максимум

$$L(x) = \sum_{i \in I} \sum_{k \in K_i} c_i^k x_i^k - \sum_{i \in I} \sum_{s \in S_i} (d_{is} + \alpha_{is} q_{is}) x_{is} \qquad (1)$$

при условиях

$$\sum_{s \in S_i} a_{is}^k x_{is} = x_i^k, \quad k \in K_i, \quad i \in I, \qquad (2)$$

$$\sum_{i \in I} x_i^k \geq b^k, \quad k \in K = \bigcup_{i \in I} K_i, \qquad (3)$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{s \in S_i} q_{is} x_{is} \leq Q, \qquad (4)$$

$$\sum_{s \in S_i} x_{is} = 1, \quad i \in I, \qquad (5)$$

где

k - индекс вида продукции, производимый строительной организацией, $k \in K_i$;

K - множество индексов вида строительных материалов производимый i-ой организацией, K= $\bigcup_{i \in I} K_i$;

s - индекс варианта развития строительной организации, $s \in S_i$;

i - индекс вида строительных организаций, i$\in$I;

I - множество индексов вида строительных организаций,

Известные параметры:

a_{is}^k - объем производства k -го вида продукции i-ой организации по s-му варианту развития, k$\in K_i$, $s=1,2,\ldots,S_i$, $i \in I$;

b_k - объем k-го вида строительной продукции, $k \in$ K= $\bigcup_{i \in I} K_i$, $i \in I$;

q_{is} - объем потребности в капитальном вложении i-ой организации по s-му варианту развития, $s=1,2, \ldots, S_i, \ i \in I;$

d_{is} - объем производственных затрат i-ой организации по s-му варианту развития, $s=1,2, \ldots, S_i, \ i \in I;$

Q – объем капитальных вложений строительной ассоциации;

α_{is} - коэффициент отчисления от инвестиционного вложения при s-ом варианте развития i-ой организации, s=$1,2, \ldots,S_i, \ i \in I;$

c_i^k - доход, получаемый i-ой организации с единицы объема k-го вида продукции, k$\in$ K= $\bigcup_{i \in I} K_i$, $i \in I.$

Искомые переменные:

x_i^k - объем готовой продукции k-го вида в i-ой организации для реализации, $k \in K_i$, $i \in I;$

x_{is} - булева переменная, принимающая значение 0 или 1, $s=1,2, \ldots,S_i, \ i \in I.$

Целевая функция (1) определяет суммарный объем чистого дохода строительной ассоциации.

Условие (2) определяет объем продукции k-го вида производимой i-ой организацией по s-му варианту развития, s=1,2, …,S_i, $i \in I$;

Условие (3) показывает, что производимая во всех организациях строительной ассоциации продукция данного вида не должно быть меньше запланированной величины по данному виду продукции, k$\in$ K=$\bigcup_{i \in I} K_i$;

Условие (4) требует, что объем капитального вложения выделяемой для всей строительной организации не должен превышать максимального объема капитального вложения;

Равенство (5) указывает, что строительное организация должен выбирать только один вариант развития;

Условие (6) –булева переменная, принимающая значение 0 или 1;

Условие (7) требует не отрицательности переменных.

Алгоритм решения задачи. Используя известные данные bk, k$\in K$=, $k \in K_i$, $i \in I$, d_{is}, α_{is}, q_{is}, $s=1,2, \ldots,S_i, \ i \in I$, a_{is}^k, $k \in K_i$, $s=1,2, \ldots,S_i, \ i \in I,$ Q составляем числовую модель задачи согласно (1)-(5). Решая задачу, будем определять оптимальный вариант развития строительной организации и соответствующий ей объем продукции каждого вида, объем капитальных вложений, доставляющий строительным организациям ассоциации максимум суммарной прибыли от производства и реализации строительной продукции, т.е. определяем оптимальный план $\{x_{is}, \ s=1,2,\ldots,S_i, \ i \in I\}$ и соответствующие значения искомых переменных $\{x_{is}, \ x_i^k, \ s=1,2, \ldots,S_i, \ i \in I, \ k \in K\}$. Алгоритм расчета заканчивается.

Пример. Пусть строительная ассоциация имеет в своем составе три строительные организации, $i=1,2,3$. Каждая из них имеет возможность производить строительную продукцию три вида, т.е. $k=1,2,3$ в зависимости от выбранного варианта развития $s=1,2,3$ и получить продукции не меньше заданной величины b_k, k=1,2,3, т.е. $b_k = \{b_1, b_2, b_3\} = \{3000, 3500, 2500\}$.

Предполагается, что объем капитального вложения строительной ассоциации за планируемый период известен и равен величине 500000сом.

Для каждой строительной организации в зависимости от выбранного варианта развития s=1,2,3 известны:

для $i=1$ объем производства строительной продукции k-го вида, т.е. k=1,2,3,

$$\left|a^k_{i=1s}\right|_{1,3} = \begin{pmatrix} a^1_{11} & a^1_{12} & a^1_{13} \\ a^2_{11} & a^2_{12} & a^2_{13} \\ a^3_{11} & a^3_{12} & a^3_{13} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1200 & 1260 & 400 \\ 1000 & 2200 & 900 \\ 800 & 1000 & 1000 \end{pmatrix};$$

для *i=2* объем производства строительной продукции *k*-го вида, т.е. k=1,2,3,

$$\left|a^k_{i=2s}\right|_{1,3} = \begin{pmatrix} a^1_{21} & a^1_{22} & a^1_{23} \\ a^2_{21} & a^2_{22} & a^2_{23} \\ a^3_{21} & a^3_{22} & a^3_{23} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1000 & 900 & 500 \\ 800 & 750 & 600 \\ 1100 & 1000 & 900 \end{pmatrix};$$

для *i=3* объем производства строительной продукции *k*-го вида, т.е. k=1,2,3,

$$\left|a^k_{i=3s}\right|_{1,3} = \begin{pmatrix} a^1_{31} & a^1_{32} & a^1_{33} \\ a^2_{31} & a^2_{32} & a^2_{33} \\ a^3_{31} & a^3_{32} & a^3_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1100 & 800 & 600 \\ 950 & 700 & 400 \\ 900 & 600 & 500 \end{pmatrix}$$

и объем капитального вложения q_{is}, *i=1,2,3*, s=1,2,3, т.е.

$$q_{is} = \begin{pmatrix} q_{11} & q_{12} & q_{13} \\ q_{21} & q_{22} & q_{23} \\ q_{31} & q_{32} & q_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10000 & 50000 & 10000 \\ 30000 & 10000 & 15000 \\ 25000 & 10000 & 12000 \end{pmatrix}.$$

Известны также для каждой организации расходы на производство строительной продукции d_{is}, i=1,2,3, s=1,2,3, т.е.

$$d_{is} = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2500 & 3000 & 2200 \\ 3000 & 2000 & 2500 \\ 2700 & 2500 & 2000 \end{pmatrix},$$

коэффициент отчисления от капитального вложения ε =0,08 и реализуемые рыночные цены на произведенную готовую продукцию c^k_i, i=1,2,3, k=1,2,3, т.е.

$$c^k_i = \begin{pmatrix} c^1_1 & c^2_1 & c^3_1 \\ c^1_2 & c^2_2 & c^3_2 \\ c^1_3 & c^2_3 & c^3_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5000 & 4000 & 4500 \\ 4500 & 4300 & 4700 \\ 4800 & 4500 & 5500 \end{pmatrix}.$$

Требуется определить наилучший вариант развития для каждой организации строительной ассоциации и соответствующий объем капитального вложения так, чтобы строительная ассоциация имела максимальную прибыль.

В соответствии с известными данными построим модель задачи.

Найти максимум

$$L(x) = 5000\,x^1_1 + 4000\,x^2_1 + 4500\,x^3_1 + 4500\,x^1_2 + 4300\,x^2_2 + 4700\,x^3_2 + 4800\,x^1_2 +$$
$$+ 4500\,x^2_2 + 5500\,x^3_2 - [(2500x_{11}+800)+(3000x_{12}+4000)+(2200x_{13}+800) +$$
$$+ (3000x_{21}+2400)+ (2000x_{22}+800)+ (2500x_{23}+1200)+ (2700x_{31}+2000) +$$
$$+ (2500x_{32}+800)+(2000x_{33}+960) \qquad (6)$$

при условиях

$$1200x_{11} + 1260x_{12} + 400x_{13} = x^1_1,$$
$$1000x_{11} + 2200x_{12} + 900x_{13} = x^2_1, \qquad (7)$$
$$800x_{11} + 1000x_{12} + 1000x_{13} = x^3_1,$$

$$1000x_{21} + 900x_{22} + 500x_{23} = x_2^1,$$
$$800x_{21} + 750x_{22} + 600x_{23} = x_2^2, \quad (8)$$
$$1100x_{21} + 1000x_{22} + 900x_{23} = x_2^3,$$

$$1100x_{31} + 800x_{32} + 600x_{33} = x_3^1,$$
$$950x_{31} + 700x_{32} + 400x_{33} = x_3^2, \quad (9)$$
$$900x_{31} + 600x_{32} + 500x_{33} = x_3^3,$$

$$x_1^1 + x_2^1 + x_3^1 \geq 3000, \quad x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \geq 3500, \quad x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 \geq 2500, \quad (10)$$
$$10000x_{11} + 50000x_{12} + 1000x_{13} + 30000x_{21} + 10000x_{22} +$$
$$+ 15000x_{23} + 25000x_{31} + 10000x_{32} + 12000x_{33} \leq 500000, \quad (11)$$
$$x_{11} + x_{12} + x_{13} = 1, \quad x_{21} + x_{22} + x_{23} = 1, \quad x_{31} + x_{32} + x_{33} = 1, \quad (12)$$
$$x_{is} \geq 0, \ i=1,2,3, \ s=1,2,3, \ x_i^k \geq 0, \ k=1,2,3, \ i=1,2,3. \quad (13)$$

Решая задачу (8)-(13) методом, разработанным в [1,2] получим оптимальный вариант развития строительной организации $x=\{x_{12}=1; \quad x_{21}=1; \quad x_{31}=1\}$ и соответствующие объемы производства $X=\{x_1^1=1260; \ x_2^1=1000; \ x_3^1=1100; \ x_1^2=2200; \ x_2^2=800; \ x_3^2=950; \quad x_1^3=1100; \quad x_2^3=1100; \quad x_3^3=900;\}$, а также вариант распределения капитального вложения: выделено первой строительной организации q_{12}=50000 сомов, которая соответствует второму варианту развития; выделено второй строительной организации q_{21}=30000 сомов, которая соответствует первому варианту развития; третьей строительной организации - q_{31}=25000 сомов, которая соответствует первому варианту развития. Строительной организацией ассоциации были использованы всего 105000 сомов из Q= 500000 сомов. При таком предлагаемом варианте распределения капитального вложения были произведены продукции первого вида 3360 т., продукции второго вида 3950 т., продукции третьего вида 3000 т., а прибыль строительной ассоциации составило $L(x)$ = 47197900 сом.

Выводы. Сформулированная экономико-математическая модель может быть полезна для определения наилучшего варианта развития и соответствующего размера капитальных вложений для строительных организаций, для получение максимальный прибыли строительной фирмы.

Список литературы

1. Жусупбаев А. Об одном подходе выбора оптимального варианта развития хозяйства [Текст] / А. Жусупбаев, М.Асанкулова, Г.А.Жусупбаев // Вестник ИМ НАН КР. – 2019. - № 2. – С.73-79.

2. Жусупбаев А. Методы решения специального класса задач размещения [Текст] / А. Жусупбаев, М.Асанкулова. - Бишкек: Илим, 2006. – 175 с.